

前

数 学

(120分)

注意事項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子および解答冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は5問で、2ページあります。①から③は必答問題です。④と⑤は選択問題で、いずれかを選択しなさい。計4問を解答しなさい。
3. 問題冊子には、「下書き用紙1」～「下書き用紙4」と書いてある下書き用紙がついています。下書き用紙と問題冊子の余白は、計算などに使用することができます。
4. 解答開始後、解答冊子の表紙所定欄に受験番号、氏名をはっきり記入しなさい。表紙にはこれら以外のことを書いてはいけません。
5. 解答は、解答冊子の指定されたページに書きなさい。解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがあります。また、選択問題については、解答ページにおいて、選択した問題番号を一つ○で囲みなさい。選択した問題番号を○で囲んでいない答案は無効にすることがあります。
6. 解答冊子は、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、問題冊子は、下書き用紙も含めて持ち帰りなさい。解答冊子は持ち帰ってはいけません。

1 $\triangle OAB$ において、 $OA = 3$ 、 $OB = 1$ 、 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 2$ とする。 $\triangle OAB$ の内接円の中心を I とする。直線 OI と辺 AB との交点を P 、 $\triangle OAB$ の内接円と辺 AB との接点を Q とする。

- (1) $\triangle OAB$ の面積 S を求めよ。
- (2) 線分 AB の長さを求めよ。
- (3) \vec{OP} および \vec{OI} を、それぞれ \vec{OA} と \vec{OB} を用いて表せ。
- (4) 線分 PQ の長さを求めよ。

2 a 、 b 、 c を正の実数とする。 O を原点とする座標空間に、 O と3点 $A(a, 0, 0)$ 、 $B(0, b, 0)$ 、 $C(0, 0, c)$ を頂点とする四面体 $OABC$ を考える。四面体 $OABC$ は $OA + OB + OC = 9$ 、 $AB^2 + BC^2 + AC^2 = 66$ を満たすとする。

- (1) $b + c$ および bc を、それぞれ a を用いて表せ。
- (2) 四面体 $OABC$ が存在するための a の値の範囲を求めよ。
- (3) 四面体 $OABC$ の体積 V を a を用いて表せ。
- (4) 四面体 $OABC$ の体積 V の最大値とそのときの a 、 b 、 c の値を求めよ。

3 初項が1、公差が2の等差数列 $\{a_n\}$ を考える。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項($n \geq 2$)において、異なる2項の積の和 T_n を求めよ。例えば、 $T_2 = a_1a_2 = 3$ 、 $T_3 = a_1a_2 + a_1a_3 + a_2a_3 = 23$ である。
- (4) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項($n \geq 3$)において、次の2つの条件
 - ・ 相異なっている。
 - ・ 互いに隣り合っていない。

を満たす2項の積の和 U_n を求めよ。例えば、 $U_3 = a_1a_3 = 5$ 、 $U_4 = a_1a_3 + a_1a_4 + a_2a_4 = 33$ である。

4 関数 $f(x) = x \{(\log x)^2 - 3\}$ ($x > 0$) を考える。ただし、 \log は自然対数である。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(1, -3)$ における接線の方程式を求めよ。
- (2) 関数 $f(x)$ の増減を調べ、極値とそのときの x の値を求めよ。また、曲線 $y = f(x)$ の凹凸を調べて、変曲点を求めよ。
- (3) 定積分 $I = \int_1^e f(x) dx$ を求めよ。

5 a, b を実数とする。曲線 $C: y = x^3 - ax$ および直線 $l: y = bx$ を考える。

- (1) $a = 1, b = 2$ のとき、 C と l で囲まれた部分の面積 S を求めよ。
- (2) $a = 5$ のとき、原点において、 C の接線と l が直交するような b の値を求めよ。
- (3) C と l が 3 個の共有点を持つ場合を考える。
 - (ア) $a + b$ の値の範囲を求めよ。
 - (イ) 2 個の共有点において、 C の接線と l が直交するときの a の値の範囲を求めよ。

問題は、このページで終わりである。